CH 4 - Les modèles démographiques

Programme officiel :

Thème 3 : Une histoire du vivant

Introduction et enjeux

La Terre est habitée par une grande diversité d'êtres vivants, dont l'espèce humaine. Cette biodiversité est dynamique et issue d'une longue histoire : l'évolution des espèces. Les activités humaines se sont développées et ont des effets directs et indirects sur les écosystèmes. Une approche systémique met en lumière les relations entre la santé humaine, la santé animale et les écosystèmes.
Les mathématiques proposent des modèles pour mieux appréhender la dynamique des systèmes vivants. L'être humain a construit des machines pour traiter l'information et a créé des langages pour les commander. Avec les méthodes de l'intelligence artificielle, il continue d'étendre les capacités de traitement de données et les domaines d'application de l'informatique.
Les thématiques abordées sont éventuellement l'occasion pour les professeurs de remobiliser des contenus mathématiques abordés dans le cadre du programme de mathématiques intégré à l'enseignement scientifique en classe de première générale, en particulier concernant les phénomènes aléatoires et les phénomènes d'évolution.

Objectifs

Une partie de la biodiversité actuelle est encore méconnue. Diverses approches cherchent à l'estimer et à en comprendre l'évolution. Ce thème est l'occasion d'approfondir les processus permettant l'apparition de nouveautés au sein de populations. Ces dernières sont soumises à des pressions de sélection qui vont modifier la fréquence de représentation de ces nouveautés et donc participer à l'évolution des espèces. L'être humain peut être à l'origine de façon directe ou indirecte de telles pressions. L'espèce humaine, comme les autres êtres vivants, est issue d'une histoire évolutive complexe que la paléoanthropologie cherche à retracer. Les archives paléontologiques sont rares, mais des techniques de biologie moléculaire les complètent.
La démarche de modélisation mathématique comporte plusieurs étapes : identification du type de modèle le mieux adapté pour traduire la réalité, détermination des paramètres du modèle, confrontation des résultats du modèle à des observations, qui peut conduire à limiter son domaine de validité ou à le modifier.
Les mathématiques et l'informatique contribuent à l'élaboration de modèles démographiques et au développement de l'intelligence artificielle dont les nombreuses potentialités et les limites, notamment éthiques, sont à discuter.

3.4 Les modèles démographiques

Prédire l'évolution de l'effectif d'une population humaine et des ressources qui lui sont nécessaires est un enjeu majeur du développement durable.
Pour prédire ces évolutions, les scientifiques utilisent des modèles mathématiques. La démarche de modélisation comporte notamment le choix d'un modèle et le contrôle de sa validité. La présentation de l'exemple historique de Malthus permet de mettre en œuvre cette démarche mathématique dans le cas discret.

Savoirs	Savoir-faire
L'évolution d'une population dont la variation absolue par unité de temps est presque constante est représentée par un nuage de points évoquant une droite. Cette évolution peut être modélisée par une suite arithmétique (modèle dit linéaire). L'évolution d'une population dont la variation relative par unité de temps (encore appelée taux d'évolution) est presque constante est représentée par un nuage de points évoquant la courbe d'une exponentielle. Cette évolution peut être modélisée par une suite géométrique (modèle dit exponentiel). Le modèle démographique de Malthus est un modèle exponentiel d'évolution de l'effectif de la population. Il prévoit que l'effectif de la population décroît vers 0 si le taux de mortalité est supérieur au taux de natalité et croît vers l'infini si le taux de natalité est supérieur au taux de mortalité. Si les prédictions du modèle de Malthus peuvent se révéler correctes sur un temps court, elles sont irréalistes sur un temps long, notamment en raison de l'insuffisance des ressources disponibles. Des modèles plus élaborés prévoient que la population mondiale atteindra environ 10 milliards d'humains en 2050.	À partir de données démographiques, calculer des variations absolues par unité de temps et des variations relatives par unité de temps d'une population afin de choisir entre un modèle linéaire et un modèle exponentiel. Selon le modèle de Malthus, prédire l'effectif d'une population au bout de n années à partir de son effectif initial, de son taux de natalité et de son taux de mortalité. À l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ou d'une représentation graphique, calculer le temps de doublement d'une population sous l'hypothèse de croissance exponentielle. À partir de documents fournis, proposer un modèle de croissance de ressources alimentaires (par exemple, la production mondiale de blé ou de riz) et la comparer à une croissance exponentielle. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, ajuster un nuage de points par une courbe de tendance et utiliser ce modèle pour effectuer des prévisions. Comparer les valeurs fournies par un modèle à des données réelles afin de tester sa validité. ↔ Calculs usuels sur les suites arithmétiques et géométriques, représentations graphiques. ↔ Lectures graphiques. ↔ Résolution d'équations et d'inéquations.

Pistes de mise en œuvre du programme

Nature du savoir scientifique et méthodes d'élaboration

Histoire des sciences : modèles démographiques (Malthus, Quetelet, Verhulst, Lotka-Volterra, Fibonacci).

Sciences, société et environnement

Le malthusianisme et le néomalthusianisme.

Modèles de propagation d'une épidémie au sein d'une population.

Évolution d'une population et automate cellulaire.

CH 4 - Les modèles démographiques

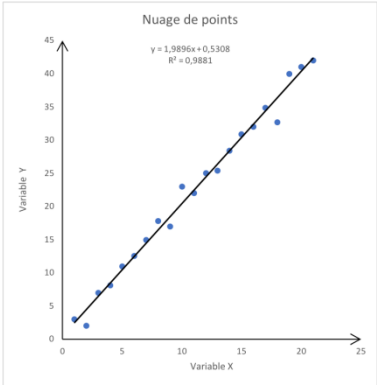
Prédire l'évolution de l'effectif d'une population humaine et des ressources qui lui sont nécessaires est un enjeu majeur du développement durable. Pour prédire ces évolutions, les scientifiques utilisent des modèles mathématiques, nous en verrons deux : le modèle linéaire et le modèle géométrique.

1. Le modèle linéaire

1.1. Présentation

Dans le langage courant vu au collège et au lycée, le modèle linéaire correspond à une relation simple entre 2 grandeurs dont la représentation graphique est une droite.
On retrouve la fonction linéaire y = f(x) = a.x et la fonction affine : y = f(x) = a.x + b.

Pour rappel : a est le coefficient directeur (le facteur de proportionnalité) et b est l'ordonnée à l'origine.



1.2. Définition par les suites

Pour des valeurs discrètes (c'est-à-dire qu'il n'y a pas tous les X possible) le modèle linéaire correspond à une **suite arithmétique** définie par le fait que la **variation absolue** de 2 termes consécutifs est constante : u(n+1) – u(n) = constante.

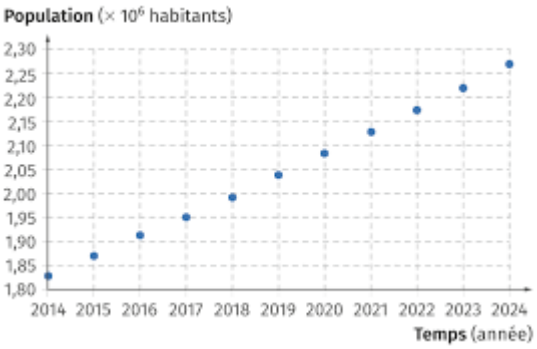
On a donc : **u(n+1) = u(n) + r** avec r appelée raison.

et **u(n) = u(0) + n . r** avec u(0) le 1er terme.

En prenant comme 1er terme u(0) = 1 et pour raison r = 2 on a alors la suite suivante :
1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 …

1.3. Application

Dans le cas des effectifs d'une population ou d'une ressource, le modèle linéaire signifie par exemple que chaque année la population (ou la ressource) augmente (ou diminue) de la même quantité. On peut ainsi faire des prévisions pour le futur.

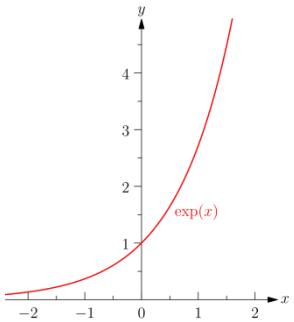


Exemple de prévision de la population du Gabon.

2. Le modèle exponentiel

2.1. Présentation

Dans le cas du modèle exponentiel la fonction s'écrit : y = f(x) = exp(x).
Cette fois-ci la grandeur y n'augmente pas de la même quantité à chaque fois, cela dépend de la valeur de x.



2.2. Définition par les suites

Pour des valeurs discrètes le modèle exponentiel correspond à une **suite géométrique** définie par le fait que la **variation relative** (ou taux d'évolution) de 2 termes consécutifs est constante : $\frac{u(n+1)}{u(n)} = constante$.

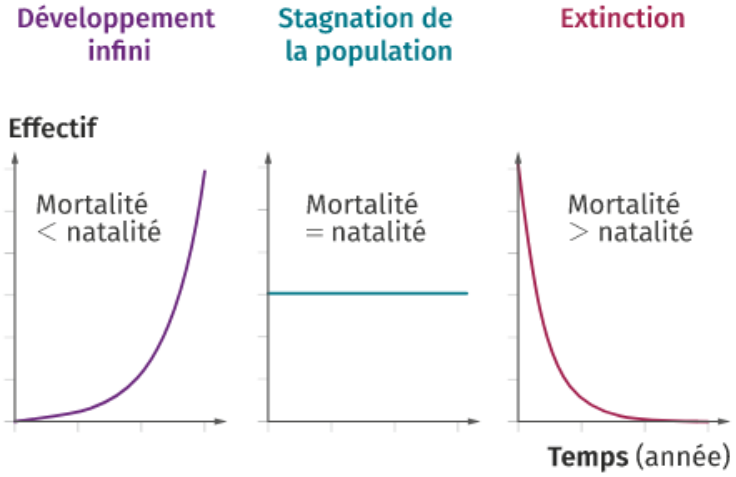
On a donc : **u(n+1) = q . u(n)** avec q appelée raison.

et **u(n) = u(0) . q^n** avec u(0) le 1er terme.

En prenant comme 1er terme u(0) = 1 et pour raison q = 2 on a alors la suite suivante :
1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 …

2.3. Le modèle de Malthus

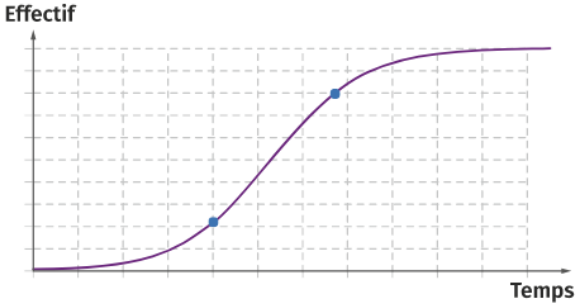
Le modèle de Malthus (économiste britannique qui s'inquiétait du risque de surpopulation) est un exemple de modèle exponentiel. Il prévoit que l'effectif de la population croît vers l'infini si le taux de natalité est supérieur au taux de mortalité et décroît vers 0 (extinction de l'espèce) si le taux de mortalité est supérieur au taux de natalité. Bien sûr, s'il y a autant de décès que de naissances, l'effectif de la population reste stable.



Ce modèle peut se révéler correct sur un temps court mais est irréaliste sur un temps long. En effet, pour croître à l'infini, la population a besoin d'avoir des ressources infinies, ce qui est impossible. Quand les ressources viennent à manquer, la mortalité augmente.

2.4. D'autres modèles

D'autres économistes ont proposé d'autres modèles plus réalistes comme le modèle logistique qui permet de prendre en compte d'autres contraintes comme les ressources disponibles, les prédateurs, les migrations …



Ces modèles plus élaborés prévoient alors que la population mondiale atteindra environ **10 milliards d'humains en 2050**.